

## Operaciones entre matrices

### Suma<sup>1</sup> de matrices

**Definición.** Si  $A = [a_{ij}]$  y  $B = [b_{ij}]$  son matrices de  $m \times n$ , la **suma** de  $A$  y  $B$  da por resultado la matriz  $C = [c_{ij}]$  de  $m \times n$ , definida por  $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$  ( $i \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$ ). Es decir,  $C$  se obtiene sumando los elementos correspondientes de  $A$  y  $B$ .

Dadas dos matrices de la misma dimensión,  $A = [a_{ij}]$  y  $B = [b_{ij}]$ , se define la matriz suma como:

$C_{ij} = A + B = [a_{ij} + b_{ij}]$ . La matriz suma se obtiene sumando los elementos de las dos matrices que ocupan la misma posición, veamos un ejemplo.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 2-1 & 0-0 & 1-1 \\ 3-1 & 0-2 & 0-1 \\ 5-1 & 1-1 & 1-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Propiedades de la suma de matrices

- Interna: La suma de dos matrices de orden  $m \times n$  es otra matriz dimensión  $m \times n$ .
- Asociativa:  $A + (B + C) = (A + B) + C$
- Elemento neutro:  $A + O = A$ . Donde  $O$  es la matriz nula de la misma dimensión que la matriz  $A$ .
- Elemento opuesto:  $A + (-A) = O$ . La matriz opuesta es aquella en que todos los elementos están cambiados de signo.
- Conmutativa:  $A + B = B + A$

La resta entre matrices se realiza de manera similar, teniendo en cuenta que, en lugar de sumar los elementos de las matrices, estos se restan.

---

<sup>1</sup> **Notación de suma.** En algunas situaciones de la vida real será necesario emplear la notación de suma, una forma compacta y útil en matemáticas es mediante la expresión  $\sum_{i=1}^n a_i$  significa la suma de los términos  $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ . La letra  $i$  es el índice de la suma; se trata de una variable muda o arbitraria que representa la posición de los términos que serán sumados. De ahí que sea posible escribir:  $\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^n a_j = \sum_{k=1}^n a_k$ .

Ej. Sean las matrices A y B, cuando restamos matrices es como en álgebra común, multiplicamos por (-1) la matriz que tiene el signo de restar delante. En este caso es la matriz B.

$$A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$B_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -6 \\ -9 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -5 & 17 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 11 \\ 13 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

**Nota:** La suma de matrices de diferente dimensión no puede realizarse.

## Producto de matrices

Dos matrices A y B son multiplicables si el *número de columnas de A* coincide con el *número de filas de B*.  $M_{m \times n} \cdot M_{n \times p} = M_{m \times p}$ .

Para multiplicar dos matrices se debe tener en cuenta lo siguiente:

- El número de columnas de la primera matriz debe coincidir con el número de filas de la segunda matriz.
- La matriz resultante tendrá tantas filas como la primera, y tantas columnas como la segunda.
- El orden de multiplicación sería tomar la primera fila de la matriz A, multiplicarla por la primera columna de la matriz B y sumar sus elementos.

El elemento  $c_{ij}$  de la matriz producto se obtiene multiplicando cada elemento de la *fila i* de la matriz A por cada elemento de la *columna j* de la matriz B y *sumándolos* considerando la siguiente forma:

Sean T y M matrices de orden 2x2 como se describen a continuación:

$$T = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ y } M = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} \text{ el producto } T \cdot M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a \cdot e + b \cdot g) & (a \cdot f + b \cdot h) \\ (c \cdot e + d \cdot g) & (c \cdot f + d \cdot h) \end{bmatrix}$$

$$\text{Ej.1. } A \cdot N = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 6 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * & - & - \\ - & - & - \end{bmatrix}$$

Ej. 2. Sean las matrices  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  y  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  el producto  $A \cdot B$  se define como:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 & 3 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Ej. 3. Sean las matrices  $C_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 5 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  de orden  $2 \times 3$ , y  $D_{3 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 9 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  de orden  $3 \times 2$ , entonces  $C_{2 \times 3} \cdot D_{3 \times 2} = V_{2 \times 2}$ , veamos:

$$C \cdot D = \begin{bmatrix} (1 \cdot 1 - 3 \cdot 9 + 6 \cdot 3) & (1 \cdot -3 - 3 \cdot 2 + 6 \cdot 0) \\ (5 \cdot 1 + 0 \cdot 9 - 2 \cdot 3) & (5 \cdot -3 + 0 \cdot 2 - 2 \cdot 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -9 \\ -1 & -15 \end{bmatrix} = V_{2 \times 2}$$

### Propiedades del producto de matrices

- Asociativa:  $A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$
- Elemento neutro:  $A \cdot I = A$ , Donde  $I$  es la matriz identidad del mismo orden que la matriz  $A$ .
- No es Conmutativa:  $A \cdot B \neq B \cdot A$
- Distributiva del producto respecto de la suma:  $A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$

### Producto de un escalar por una matriz

Ej.1. Podemos multiplicar una matriz  $F$  por un escalar  $k$  cualquiera. En este caso  $k=2$ .

$$k \cdot F = 2 \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 10 \\ 4 & -14 & 18 \end{bmatrix}$$

### División de matrices

La división de matrices se puede expresar como la multiplicación entre la matriz que iría en el numerador multiplicada por la matriz inversa que iría como denominador.

$$\frac{T_{2 \times 2}}{F_{2 \times 2}} = \frac{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \\ g & h \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}} = T_{2 \times 2} \cdot (F_{2 \times 2})^{-1}$$

Ej. Sean las matrices  $E_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  y  $G_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  ambas de orden  $2 \times 2$ , calculamos  $E \div G$  así:

$$\frac{E_{2 \times 2}}{G_{2 \times 2}} = \frac{\begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}} = E_{2 \times 2} \cdot (G_{2 \times 2})^{-1} = \begin{bmatrix} 10 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0,2 \\ -0,33 & 0,66 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1,67 & 2,33 \\ -0,67 & 0,13 \end{bmatrix}$$

También podemos dividir una matriz por un *escalar*  $k$  cualquiera. En este caso  $k=2$ .

Ej.  $\frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 9 \end{bmatrix}}{2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{0}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{-7}{2} & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$ . Cada elemento de la matriz queda dividido por el escalar  $k=2$ .

### Potencia de una matriz

La potencia de una matriz se obtiene mediante la multiplicación de la matriz por sí misma 'n' veces. La matriz debe ser cuadrada para poder elevarla a una potencia.

Ej. Matriz cuadrada de dimensión 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2$$

¿Qué condición debe tener una matriz para poder calcular sus potencias? El cuadrado o potencia dos consiste en multiplicarlo por sí mismo, esto es: calculamos la potencia de la matriz multiplicándola por sí misma.

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}^2 = \\ & = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Nota:** Si una matriz no es cuadrada, no podemos calcular sus potencias.

## Matriz inversa

Una matriz es inversa de otra cuando al multiplicar ambas (en cualquier orden) se obtiene la *matriz identidad*. Si se pueden multiplicar en cualquier orden deben ser *matrices cuadradas* ( $A_{n \times n} \cdot A^{-1}_{n \times n} = A^{-1}_{n \times n} \cdot A_{n \times n} = I_{n \times n}$ ). Se puede observar también que, si hacemos la inversa de la inversa se obtiene la matriz original. Otra propiedad interesante es que la inversa del producto coincide con el producto de las inversas, pero en orden inverso, esto es:  $([AxB]^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1})$ . Es decir, la matriz B es el inverso multiplicativo de A (por la derecha y por la izquierda). Como la matriz B es única, la denominamos *matriz inversa de A* y la representamos por  $A^{-1}$ .

Note que, si la matriz A es de dimensión 1x1, su inversa está formada por el inverso del elemento de A. Si la dimensión es superior, existen varias formas de hallar la matriz inversa. Aquí podemos ver dos formas:

### Inversa por el método de Gauss

1. Escribir la matriz y adjuntar a su derecha la matriz identidad de la misma dimensión.
2. Realizar las transformaciones de Gauss de forma sucesiva hasta conseguir que la matriz identidad quede a la izquierda. Caso de que no pueda conseguirse (toda una fila quede de ceros, por ejemplo), es porque la matriz no tiene inversa.
3. La matriz resultante a la derecha será la inversa de la matriz dada.

### Inversa por determinantes

1. Calcular el determinante de la matriz. **(Si el determinante fuese 0, no existe la matriz inversa)**.
2. Calcular la matriz adjunta.
3. Calcular la matriz traspuesta de la obtenida en el paso anterior. (Este paso y el anterior son intercambiables).
4. La matriz inversa se obtiene dividiendo cada elemento de la matriz del paso anterior entre el determinante de la matriz dada (Calculado en el primer paso).

Observe, por tanto, que *no todas las matrices tienen inversa*.

En el siguiente link encuentras acceso a una calculadora de uso libre para operar:  
<https://matrix.reshish.com/es/inverCalculation.php>

## Ejercicios 1º parte

Dadas las siguientes matrices:  $A = [1 \ 2]$ ; ,  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix}$ ;  $C = [-3 \ -2]$ ;  $D = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ ;  $E = [4 \ 2 \ -1]$ ;  $F = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ ;  $G = [1 \ 1 \ 0]$ ;  $H = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$

1. Calcular:

a.  $A + C$

b.  $F \cdot G$

c.  $D - B$

d.  $B - D$

e.  $G \cdot H$                       f.  $E \cdot F$                       g.  $C \div A$                       h.  $H \div G$

2. Indique si las matrices del punto 1 tienen inversa. En caso de no tenerla indique por qué.  
3. Encontrar con el debido proceso, en caso que haya algún ejercicio que no se pueda realizar indicar por qué.

a.  $F^T$                                       b.  $E^T$                                       c.  $B^T$   
d.  $F^T - C^T$                               e.  $3A + B^T$                               f.  $\frac{1}{2}E + 2F$   
g.  $(F^T \cdot G^T) + 2F$                       h.  $5H \cdot 2F$

4. Sean las matrices:  $A = [1 \ -1]$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $L = [1 \ 2 \ 3]$ ,  $S = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  encuentre la inversa de cada matriz, siguiendo el debido proceso.

5. Sean  $A = [-3 \ 2 \ x]$  y  $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ x \end{bmatrix}$  si  $a * b = 17$  determine el valor de x.

6. Sea  $W = \begin{bmatrix} \text{sen } \theta \\ \text{cos } \theta \end{bmatrix}$  calcule  $W \cdot W$

7. Determine los valores de x tales que  $V \cdot V = 1$ , cuando  $V = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ x \end{bmatrix}$

8. Sean las matrices  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & x \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$  y  $B = \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$ , si  $A \cdot B = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$ , determine los valores de x y y.

En los ejercicios 9 al 12, encuentre el conjunto solución del sistema de ecuaciones lineales representado, considerando que la última columna representa la matriz aumentada, para cada caso.

9.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

10.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

11.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

12.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

En los ejercicios 13 al 17, resuelva el sistema utilizando eliminación por Gauss-Jordán

13.  $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$

14.  $\begin{cases} 2x + 6y = 16 \\ -2x - 6y = -16 \end{cases}$

15.  $\begin{cases} -x + 2y = 1,5 \\ 2x - 4y = 3 \end{cases}$

$$16. \begin{cases} 2x - y = -0,1 \\ 3x + 2y = 1,6 \end{cases} \quad 17. \begin{cases} -3x + 5y = -22 \\ 3x + 4y = 4 \\ 4x - 8y = 32 \end{cases}$$

18. Determine si es posible encontrar la segunda y tercera potencia para las matrices de los putos 1 al 17 de este documento.

### Análisis de problemas usando matrices

Una fábrica produce dos modelos de lavadoras, A y B, en tres terminaciones: N, L y S. Produce del modelo A: 400 unidades en la terminación N, 200 unidades en la terminación L y 50 unidades en la terminación S. Produce del modelo B: 300 unidades en la terminación N, 100 unidades en la terminación L y 30 unidades en la terminación S. La terminación N lleva 25 horas de taller y 1 hora de administración. La terminación L lleva 30 horas de taller y 1.2 horas de administración. La terminación S lleva 33 horas de taller y 1.3 horas de administración.

1. Representar la información en dos matrices.
2. Hallar una matriz que exprese las horas de taller y de administración empleadas para cada uno de los modelos.

#### Solución

Matriz de producción:

$$P = \begin{bmatrix} 400 & 200 & 50 \\ 300 & 100 & 30 \end{bmatrix} \text{ Filas: Modelos A, B; Columnas: Terminaciones N, L, S.}$$

Matriz de coste en horas

$$C = \begin{bmatrix} 25 & 1 \\ 30 & 1,2 \\ 00 & 1,3 \end{bmatrix} \text{ Filas: Terminaciones N, L, S; Columnas: Coste en horas T, A.}$$

Matriz que expresa las horas de taller y de administración para cada uno de los modelos:

$$P \cdot C = \begin{bmatrix} 400 & 200 & 50 \\ 300 & 100 & 30 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 25 & 1 \\ 30 & 1,2 \\ 00 & 1,3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17650 & 705 \\ 11490 & 459 \end{bmatrix}$$

### Ejercicios resueltos

1. Producto de una matriz columna por una matriz fila:  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  y  $B = [3 \ 5]$  hallar  $A \cdot B$

*Solución:* Las dimensiones de las matrices son distintas:  $2 \times 1$  y  $1 \times 2$ . Pero como el número de filas de la de la izquierda coincide con el número de columnas de la otra, pueden multiplicarse obteniendo una matriz cuadrada de dimensión 2.

Luego, Calculamos el producto:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot [3 \ 5] = \begin{bmatrix} 2 \cdot 3 & 2 \cdot 5 \\ -1 \cdot 3 & -1 \cdot 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 10 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$$

2. Producto de dos matrices cuadradas de dimensión 2:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$$

*Solución:* Las matrices son cuadradas de dimensión 2, así que podemos multiplicarlas obteniendo una matriz de la misma dimensión:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 5 & 2 \cdot (-1) + 0 \cdot 6 \\ 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 5 & 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 6 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 14 & 17 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

3. Producto de dos matrices cuadradas de dimensión 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

*Solución:* Las matrices son cuadradas la misma dimensión:  $3 \times 3$ .

Calculamos el producto:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 1+8+21 & -1-4-21 & 2+8+0 \\ 2+10+24 & -2-5-24 & 4+10+0 \\ 3+12+27 & -3-6-27 & 6+12+0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 30 & -26 & 10 \\ 36 & -31 & 14 \\ 42 & -36 & 18 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

4. Producto de dos matrices cuadradas de dimensión 3:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

*Solución:* El producto es

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 1+3+0 & 2-1+0 & 5+3+0 \\ 2-3+10 & 4+1+4 & 10-3+2 \\ 0+9+0 & 0-3+0 & 0+9+0 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 8 \\ 9 & 9 & 9 \\ 9 & -3 & 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

5. Producto de dos matrices diagonales y cuadradas de dimensión 3:

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix}$$

*Solución:* Las matrices son cuadradas con la misma dimensión y diagonales y, por tanto, ya sabemos de antemano que su producto es una matriz diagonal:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 3 \cdot 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot (-1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \cdot (-7) \end{pmatrix} = \\ & = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**Nota:** el resultado es una matriz diagonal:

Si el elemento de la fila  $i$  y columna  $j$  de la matriz A es  $a_{ij}$  y el de B es  $b_{ij}$ , entonces el elemento de la fila  $i$  y columna  $j$  de la matriz A·B es

$$\sum_{k=1}^n a_{i,k} \cdot b_{k,j}$$

Los elementos con  $i \neq j$  son 0:

$$a_{i,j} = b_{i,j} = 0, \forall i \neq j$$

Así, si  $i \neq j$ ,  $\sum_{k=1}^n a_{i,k} \cdot b_{k,j} = 0$ , Por tanto, el producto es una matriz diagonal.

**Referentes bibliográficos**

1. Grossman S, Flores J. (2012). *Álgebra Lineal*, Séptima edición. Mc Graw Hill.
2. Poole, D. (2011.) *Álgebra Lineal. Una Introducción Moderna*. Cengage.
3. Larson, L. (2015). *Fundamentos de Álgebra Lineal*. Versión Revisada. Cengage.