

## Taller secciones cónicas

### Para recordar

#### Parábolas

la ecuación canónica de una parábola con vértice  $(h, k)$  y directriz  $y = x - p$  es:  $(x - h)^2 = 4p(y - k)$  paralela al eje  $y$ , (vertical). considerando que será  $y^+$  si  $p > 0$ ; y  $y^-$  si  $p < 0$

Si la directriz es  $x = h - p$ , la ecuación es  $(y - k)^2 = 4p(x - h)$  Paralela al eje horizontal  $x$ , considerando que será  $x^+$  si  $p > 0$ ; y  $x^-$  si  $p < 0$ .

#### Elipses

Una elipse centrada en  $(h, k)$ , y cuyo eje mayor es paralelo al eje  $x$  tiene por ecuación canónica:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} + \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Una elipse centrada en  $(h, k)$ , y cuyo eje mayor es paralelo al eje  $y$  tiene por ecuación canónica:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} + \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

La excentricidad  $e = \frac{c}{a}$ .  $c^2 = a^2 - b^2$

#### Hipérbolas

Una Hipérbolas centrada en  $(h, k)$ , y cuyo eje transversal es paralelo al eje  $x$  tiene por ecuación canónica:

$$\frac{(x - h)^2}{a^2} - \frac{(y - k)^2}{b^2} = 1$$

Una Hipérbolas centrada en  $(h, k)$ , y cuyo eje transversal es paralelo al eje  $y$  tiene por ecuación canónica:

$$\frac{(x - h)^2}{b^2} - \frac{(y - k)^2}{a^2} = 1$$

Donde las distancias del centro a los vértices y a los focos son  $a$  y  $c$  respectivamente, siendo  $c^2 = a^2 - b^2$

Dada una hipérbola de eje transversal horizontal, sus asíntotas son las rectas  $y = k \pm \frac{b}{a}(x - h)$

Si el eje transversal es vertical, sus asíntotas son las rectas  $y = k \pm \frac{a}{b}(x - h)$

1. Para los siguientes ejercicios identifique si la ecuación dada es general o canónica. En caso que sea general, transfórmela en una canónica. Identifique los elementos que conforman dicha sección cónica y grafíquela.

1. $y^2 + 4y + 8x - 12 = 0$	2. $36x^2 + 9y^2 + 48x - 36y + 43 = 0$
3. $3y^2 = 5x^2 + 15$	4. $y^2 + y + x = 0$
5. $(x + 2)^2 + 4(y + 4)^2 = 1$	6. $(x + 1)^2 - 4(y - 3) = 0$
7. $y = \frac{1}{4}(x^2 - 2x + 5)$	8. $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 31 = 0$
9. $2x^2 - 3y^2 = 6$	10. $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+2)^2}{1} = 1$
11. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + \frac{37}{4} = 0$	12. $(x + 3) + (y - 2)^2 = 0$
13. $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$	14. $-\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$

2. Para los siguientes ejercicios halle una ecuación que describa la sección cónica pedida.

- a.  $(h, k) = (0,0)$ ; vértice  $(2,0)$ ; eje menor con longitud 3.
- b. Vértices  $(5,0)$  y  $(-5,0)$ ; excentricidad  $e = \frac{3}{5}$
- c.  $(h, k) = (0,0)$ ; un vértice en  $(3,0)$ ; un foco en  $(5,0)$
- d. Vértices  $(-1,0)$  y  $(1,0)$ ; asíntotas  $y = \pm 3x$

#### Referencias

Bruño, *Geometría curso superior*, Bruño, Madrid 1944.

Sobel, M. (1998). *Precálculo*. Original English language Edition Published by Prentice Hall, Inc. Copyright 1995. Printed Mexico

Sánchez-Rubio - Ripollés Amela, *Manual de matemáticas para preparación olímpica*, Ed. Universitat Jaume I 2000.

TAYLOR, C. *Geometrical Conics*, MacMillan, London 1863

Rouche - Camberouse. *Traité géométrie élémentaire*, Gauthier - Villars, Paris 1899.